

INTERACCIÓN DE UNA CIMENTACIÓN PROFUNDA CON LA ESTRUCTURA

Fernando MUZÁS LABAD, Doctor Ingeniero de Caminos Canales y Puertos
Profesor Titular de Mecánica del Suelo ETSAM

RESUMEN

En el presente artículo se presenta una manera de tener en cuenta las características de una cimentación mediante pilotaje en el cálculo de la una estructura definida por un conjunto de barras y nudos de diversas características. En primer lugar se analiza el comportamiento de un pilote aislado y a continuación el de un grupo de pilotes unidos por un encepado suficientemente rígido, para terminar con una propuesta de considerar en la estructura un sistema de barras ficticias que produzcan el mismo efecto en la estructura que la cimentación real.

1. INTRODUCCIÓN

Es frecuente que el cálculo de muchas estructuras se lleve a cabo utilizando programas de ordenador que estudian dichas estructuras como un conjunto de barras de diferentes características y con distintas condiciones de enlace en los nudos e incluso con la consideración en estos últimos de resortes capaces de absorber momentos flectores.

Cuando la estructura está cimentada mediante grupos de pilotes es bastante habitual suponer que en la base de los soportes los nudos se encuentran perfectamente empotrados, determinando aquí los esfuerzos que la estructura transmite a la cimentación.

En una segunda etapa, partiendo de las acciones obtenidas para cada una de las cimentaciones se determinan los esfuerzos que aparecen en los distintos pilotes, fundamentalmente esfuerzos de tipo axil. Cuando la estructura transmite a la cimentación esfuerzos transversales, es también frecuente suponer un reparto uniforme entre los distintos pilotes y determinar el momento flector máximo suponiendo que son barras aisladas en las que existe un empotramiento perfecto a cierta profundidad, variable según las características del terreno y del pilote.

Cuando la cimentación consta de un sólo pilote, constituyendo lo que habitualmente se denomina pila-pilote, es frecuente considerar una pieza perfectamente empotrada a cierta profundidad, admitiendo las recomendaciones que al respecto aparecen recogidas en la bibliografía.

En el presente artículo se pretende poner de manifiesto que esta manera de proceder constituye una primera aproximación cuyo mayor o menor grado de validez es difícil de evaluar en general, ya que puede ser distinto según los casos, en función de la repercusión que el comportamiento real de la cimentación, es decir el movimiento del encepado, pueda tener en el cálculo de la estructura.

2. COMPORTAMIENTO DEL PILOTE AISLADO

Consideremos en primer lugar el problema plano de un pilote aislado situado en el plano XZ, con el origen situado en la cabeza del pilote, el eje OZ orientado hacia abajo según el eje del pilote y el eje OX orientado hacia la derecha. El eje OY se considera perpendicular al plano XZ penetrando en el dibujo.

Se supone que sobre el pilote actúan los siguientes esfuerzos:

Esfuerzo transversal según el eje OX, positivo hacia la derecha	Q
Momento alrededor del eje OY, positivo según las agujas del reloj	M

Esfuerzo axial según el eje OZ, positivo hacia abajo N

La cabeza del pilote experimenta los siguientes corrimientos:

Desplazamiento según el eje OX, positivo hacia la derecha u

Giro alrededor del eje OY, positivo según las agujas del reloj g

Desplazamiento según el eje OZ, positivo hacia abajo w

Con el convenio de signos adoptado, entre los esfuerzos y corrimientos se pueden establecer las siguientes relaciones:

$$Q = R_1 \cdot u + R_2 \cdot g$$

$$M = R_2 \cdot u + R_3 \cdot g$$

$$N = R_4 \cdot w$$

En estas relaciones los coeficientes R_1 , R_2 , R_3 y R_4 son los coeficientes de la matriz de rigidez que dependen de las características del terreno y del pilote y pueden obtenerse por alguna de las teorías existentes en la Bibliografía (por ejemplo F. Muzás 1972).

Cuando el pilote se asimila a una pieza libre exenta de terreno, de longitud L , sección A , inercia I y módulo de elasticidad E , los coeficientes de rigidez según las condiciones de borde de la pieza resultan los siguientes:

TIPO DE PIEZA	R_1	R_2	R_3	R_4
Biarticulada	0	0	0	AE/L
Articulada en cabeza - empotrada en la base	$3EI/L^3$	0	0	AE/L
Empotrada en cabeza – articulada en la base	$3EI/L^3$	$-3EI/L^2$	$3EI/L$	AE/L
Biempotrada	$12EI/L^3$	$-6EI/L^2$	$4EI/L$	AE/L

Si se considera un pilote instalado en un medio de Winkler caracterizado por un módulo de reacción transversal

$$s(z) = K \cdot z^n$$

los coeficientes de rigidez, definidos en función de la longitud elástica dada por la expresión

$$U = \sqrt[4+n]{\frac{E \cdot I}{K}}$$

adoptan la forma

TIPO DE PIEZA	R ₁	R ₂	R ₃	R ₄
En medio de Winkler	C ₁ .EI/U ³	- C ₂ .EI/U ²	C ₃ .EI/U	< AE/L

Puede comprobarse que las relaciones R₂/R₁ y R₃/R₁ son distintas en el caso de un pilote y de una pieza elástica aislada, según se resume a continuación, por lo que resulta prácticamente imposible conseguir la substitución de un pilote real por una barra aislada ya que se deben conservar las mismas relaciones.

TIPO DE PIEZA	R ₂ /R ₁	R ₃ /R ₁
Pilote en medio de Winkler	-(C ₂ /C ₁).U	(C ₃ /C ₁).U ²
Articulada en cabeza – empotrada en la base	0	0
Empotrada en cabeza – articulada en la base	-L	L ²
Biempotrada	-L / 2	L ² / 3

En el caso de un problema tridimensional, con esfuerzos según los ejes OX, OY y OZ y momentos alrededor de los ejes OX y OY, la relación entre esfuerzos (Q_x, M_y, N, Q_y, M_x) y corrimientos (u, v, w, g_y, g_x), con un convenio de signos similar al indicado anteriormente, se establece a través de una matriz de rigidez definida por los siguientes coeficientes:

$$\begin{vmatrix} R_1 & R_2 & 0 & 0 & 0 \\ R_2 & R_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_5 & R_6 \\ 0 & 0 & 0 & R_6 & R_7 \end{vmatrix}$$

Cuando el pilote es de sección circular o tiene las mismas características respecto a los ejes OX y OY, los parámetros R_5, R_6 y R_7 tienen el mismo valor que R_1, R_2 y R_3 , con diferencia de signos entre R_6 y R_2 debido al convenio de signos de momentos y giros alrededor de los ejes OX y OY, positivos según el avance de un sacacorchos.

3. COMPORTAMIENTO DEL GRUPO DE PILOTES

Un grupo de pilotes puede estar constituido por uno o varios tipos de pilotes, verticales o inclinados, los cuales se enlazan en cabeza por un encepado suficientemente rígido, de manera que el movimiento de éste pueda asimilarse al de un sólido que descansa sobre una serie de apoyos elásticos.

Las características de estos apoyos elásticos vienen dadas por el comportamiento de

cada uno de los pilotes según el tipo de enlace con el encepado y quedan definidas por su matriz de rigidez que en general se refiere a un sistema particular de ejes situados con origen en la cabeza del pilote. Cuando existen pilotes inclinados uno de los ejes del plano de cabeza, por ejemplo el eje OX_i , debe coincidir en un plano vertical con el eje OZ_i orientado según el eje del pilote.

En estas condiciones, el movimiento del encepado puede definirse respecto a un sistema de ejes cualquiera, aunque conviene situar el origen en la base del pilar al que el grupo de pilotes sirve de cimentación y dirigir el eje OZ hacia abajo.

Con relación a estos ejes, el movimiento del encepado queda definido por tres desplazamientos u, v, w , según la dirección de los tres ejes OX, OY, OZ y tres giros g_x, g_y, g_z , según los citados tres ejes. Los esfuerzos necesarios para conseguir un determinado movimiento, referidos a estos mismos ejes, serán tres fuerzas según los ejes F_x, F_y, F_z , y tres momentos alrededor de los mismos ejes M_x, M_y, M_z . La relación entre esfuerzos y corrimientos quedará definida por una matriz de rigidez de 6×6 elementos.

Con pilotes verticales simétricos respecto a los ejes OX y OY , en ausencia de esfuerzos de torsión alrededor del eje vertical ($M_z = 0$), como ocurre frecuentemente, resulta nulo el giro alrededor del eje vertical ($g_z = 0$) y entonces la relación entre los demás esfuerzos y corrimientos viene definida por una matriz de rigidez del grupo que, al igual que en el caso de un solo pilote, en el espacio de tres dimensiones tiene 7 términos distintos de cero.

$$\begin{vmatrix} R_1 & R_2 & 0 & 0 & 0 \\ R_2 & R_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_5 & R_6 \\ 0 & 0 & 0 & R_6 & R_7 \end{vmatrix}$$

Las relaciones entre esfuerzos y corrimientos se establecen de la siguiente manera:

$$F_x = R_1 \cdot u + R_2 \cdot gy$$

$$M_y = R_2 \cdot u + R_3 \cdot gy$$

$$F_z = R_4 \cdot w$$

$$F_y = R_5 \cdot v + R_6 \cdot gx$$

$$M_x = R_6 \cdot v + R_7 \cdot gx$$

Si se consideran esfuerzos de torsión, la matriz de rigidez resulta en general más complicada en función de la situación de los ejes respecto al conjunto de apoyos elásticos.

Una vez definido el movimiento del encepado para un determinado grupo de esfuerzos, resulta fácil determinar los movimientos particulares de cada una de las cabezas de los distintos pilotes, referidos a sus ejes particulares, y a partir de ellos obtener los esfuerzos en los distintos pilotes.

4. SIMULACIÓN DEL PILOTAJE EN EL CÁLCULO DE ESTRUCTURAS

Como ya se ha indicado anteriormente, para el cálculo de estructuras se utilizan habitualmente programas de ordenador en los que se tienen en cuenta barras de distintas características con diferentes tipos de enlace en los nudos (articulación o empotramiento) pudiendo también considerar en éstos la existencia de resortes capaces de absorber momentos flectores al girar los nudos.

Para sustituir un grupo de pilotes por un conjunto de barras o resortes, es preciso que los efectos que se producen en el nudo real cuando éste experimenta un conjunto de corrimientos (desplazamientos y giros), sean los mismos que aparecerían en el grupo de pilotes.

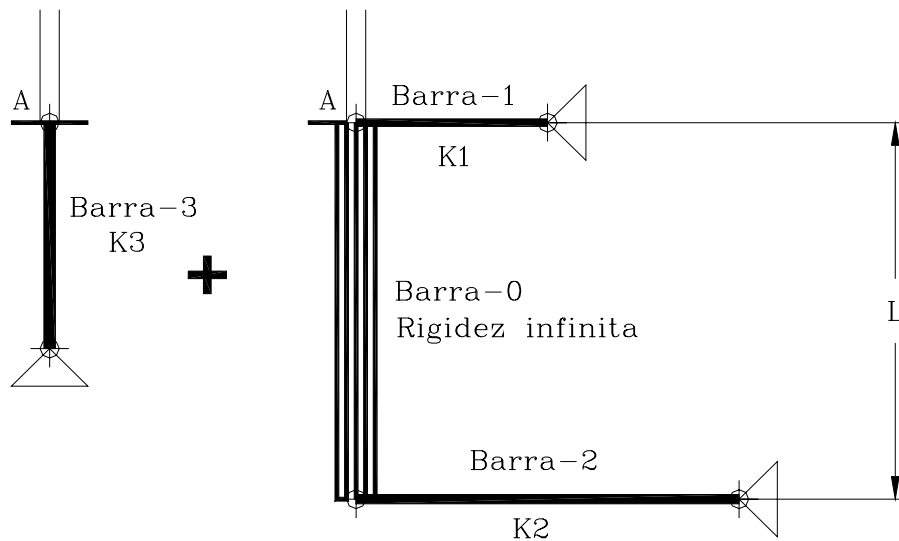
En el caso de estudiar un problema plano, es decir una estructura situada en el plano XZ, el comportamiento del grupo de pilotes, según se indicó anteriormente, viene caracterizado por las expresiones siguientes entre esfuerzos y corrimientos:

$$F_x = R_1 \cdot u + R_2 \cdot g$$

$$M_y = R_2 \cdot u + R_3 \cdot g$$

$$F_z = R_4 \cdot w$$

En el caso de querer sustituir el efecto del grupo por una barra única es imposible conseguir una solución ya que en general no existirá la adecuada proporcionalidad entre los distintos coeficientes de la matriz de rigidez, según se puso de manifiesto en el apartado 2. Por ello es preciso recurrir a una combinación de barras.



Aunque en principio cabe pensar en un gran número de soluciones para este problema plano, se propone a continuación un sistema de barras ficticias elementales situadas en la base de los pilares a cimentar, cuyas características son las siguientes:

1. **Barra - 0**, vertical, infinitamente rígida, de longitud L, empotrada en cabeza al nudo real "A" y libre en la base.

2. **Barra – 1**, horizontal, de rigidez K1, biarticulada y situada en la parte superior de la *Barra- 0* anterior, infinitamente rígida, es decir en el nudo real "A".
3. **Barra – 2**, horizontal, de rigidez K2, biarticulada y situada en la parte inferior de la *Barra- 0* anterior, infinitamente rígida y de longitud L.
4. **Barra – 3**, vertical biarticulada de rigidez K3 unida al nudo real "A".

En la figura adjunta se hace una representación de estas barras.

En estas condiciones, cuando en el nudo real se producen los corrimientos:

Desplazamiento horizontal según el eje X:	u
Giro alrededor del eje OY perpendicular al plano:	gy
Desplazamiento vertical según el eje OZ:	w

en el extremo libre inferior de la *Barra – 0*, infinitamente rígida y de longitud L, aparecerán los siguientes corrimientos:

Desplazamiento horizontal según el eje X:	$u_f = u - gy \cdot L$
Giro alrededor del eje OY perpendicular al plano:	$gy_f = gy$
Desplazamiento vertical según el eje OZ:	w

En función de estos corrimientos, en el conjunto de barras ficticias aparecerán los siguientes esfuerzos:

Barra –1:	$F_{x_1} = u \cdot K1$
Barra –2:	$F_{x_2} = u_f \cdot K2 = u \cdot K2 - gy \cdot L \cdot K2$
Barra –3:	$F_z = w \cdot K3$

El efecto de estos esfuerzos en el nudo real deberá ser igual al del pilotaje, definido por las expresiones dadas al comienzo del apartado, es decir:

$$F_x = R_1 \cdot u + R_2 \cdot gy = F_{x_1} + F_{x_2} = u \cdot (K1 + K2) - gy \cdot L \cdot K2$$

$$M_y = R_2 \cdot u + R_3 \cdot gy = -F_{x_2} \cdot L = -u \cdot K2 \cdot L + gy \cdot L \cdot K2 \cdot L$$

$$Fz = R_4 \cdot w = w \cdot K_3$$

Partiendo de estas ecuaciones se obtienen las siguientes igualdades:

$$R_1 = K_1 + K_2$$

$$R_2 = - K_2 / L$$

$$R_3 = K_2 \cdot L^2$$

$$R_4 = K_3$$

y de aquí

$$L = - R_3 / R_2$$

$$K_1 = R_1 - R_2^2 / R_3$$

$$K_2 = R_2^2 / R_3$$

$$K_3 = R_4$$

El valor de las constantes de las distintas barras biarticuladas se define siempre por la relación $K = A \cdot E / L$ siendo en cada caso A la sección de la pieza L su longitud y E el módulo de elasticidad del material, pudiendo adoptar cualquier combinación de valores.

En el caso de estudiar una estructura tridimensional el problema puede resolverse añadiendo unas piezas similares a las anteriores capaces de simular el efecto transversal del pilotaje en la otra dirección perpendicular al plano considerado anteriormente.

La aplicación de este método de simulación del pilotaje en el cálculo de estructuras permite estudiar los movimientos que experimentan realmente los encepados en la base de los pilares y su influencia en la distribución de esfuerzos en los distintos elementos de la estructura.

Una vez obtenidas las acciones que la estructura transmite a los diferentes encepados se pueden determinar para cada grupo los esfuerzos que aparecen en cada uno de los pilotes, no sólo los de compresión sino también las acciones transversales en cabeza, referidas a los ejes particulares de cada pilote, y a partir de ellas los esfuerzos de flexión y

cortantes a lo largo de cada uno de los pilotes, aplicando para ello los programas de cálculo que previamente se habrán utilizado para determinar las características de rigidez de los distintos pilotes.

BIBLIOGRAFÍA

MUZÁS, F. - 1972: Contribución al Estudio de Pilotes sometidos a Fuerzas Laterales. Comunicación presentada al V Congreso Europeo de Mecánica del Suelo y Cimentaciones.